DEBER 1 – ECUACIONES DIFERENCIALES
MAT. ENRIQUE NAVARRETE
OCT . 2004

<u>Nota</u>: En cada problema indique el orden y el grado de la ecuación diferencial y realice lo solicitado.

1) Verifique que $y = c_1 x + \frac{c_2}{x} + c_3$ es una solución de $\frac{d^3 y}{dx^3} + \frac{3}{x}\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$.

2) Compruebe que $y = e^{-x}(x + c)$ es una solución de $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}$.

3) Verifique que $x = \cos 2t + 2c_1 \cos 3t + 3c_2 \sin 3t$ es una solución de $\frac{d^2 x}{dt^2} + 9x = 5\cos 2t$.

4) Compruebe que $y = x^3 + c_1 x^2 + c_2$ es una solución de $\frac{d^2 y}{dx^2} - \frac{1}{x}\frac{dy}{dx} - 3x = 0$ y obtenga la solución particular que satisfaga $y = 1$ cuando $x = 1$ y $y = 5$ cuando $x = 2$.

5) Demuestre que $y = c_1 e^{kx} + c_2 e^{-kx}$ es una solución de $\frac{d^2 y}{dx^2} - k^2 y = 0$ y obtenga la solución particular que satisfaga $y = 1$ cuando $x = 1$ y $dy/dx = 2$ cuando $x = 1$.

6) Este ejercicio ilustrará el concepto de *solución particular*. Encuentre la ecuación de los puntos en el plano para los cuales el valor de la pendiente es el doble del valor de la abscisa (valor x). Plantee la ecuación correspondiente, resuélvala y grafique varias familias de soluciones variando la constante de integración c. ¿Qué características tienen las soluciones para distintos valores de c ? Encuentre la solución particular que pasa por el punto (1,1).

7) i) Resuelva la ecuación (separable) $y^2 dx - (1 - x)dy = 0$ obteniendo una función $y = y(x)$.
(*Nota: ¡No se olvide de la constante de integración!*)

ii) Compruebe su solución $y(x)$ sustituyendo en la ecuación original.

8) Encuentre la solución general de la ecuación $\frac{d^2 y}{dx^2} = 20x^3 - \frac{1}{x^2}$.
¿Cuántas constantes arbitrarias habrá en la solución?

9) Obtenga la solución general de la ecuación $\frac{dy}{dx} = \cos x + 2x$ y obtenga la solución particular que satisfaga $y = 2$ cuando $x = \frac{p}{2}$.

10) Resuelva la ecuación $\frac{d^2 x}{dt^2} = a$ (donde a es constante), encontrando una ecuación $x = x(t)$ válida para todo t. (Para $t = 0$ tome $x = x_0$ y $dx/dt = v_0$).

¿Qué representa la solución ?