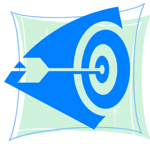

Objetivo: **Valoración de Opciones por Simlación de Monte Carlo**

En este ejercicio aprenderemos cómo valorar opciones europeas por medio de **Simulación de Monte Carlo (opciones Americanas y Exóticas** se verán más adelante). En particular, valoraremos una opción put (opción de venta) sobre el precio de una acción.

También compararemos el precio obtenido con el proporcionado por la famosa **Ecuación Black-Scholes (BS)**, y comprobaremos que la simulación proporciona más información que la ecuación BS (lo que es de esperarse, ya que la Ecuación BS es sólo un *estimador puntual* !)

La incertidumbre en el modelo proviene de la incertidumbre del **precio final de la acción**, el cual modelizaremos mediante **dos métodos:**

i) Generando trayectorias de precios mediante el **Proceso Wiener Geométrico**, como se realizó en un ejercicio anterior;

ii) Calculando el **precio final** por medio de la siguiente fórmula:

$$S_T = S_t e^{(m - \frac{1}{2}s^2)(T-t) + N(0,1)s\sqrt{T-t}}$$

Ecuación (1)

Las variables en la fórmula y en el problema de valoración son las siguientes:

S_T =Precio final de la Acción
S_t =Precio actual de la Acción
μ = Crecimiento instantáneo del precio de la Acción (tasa anual, continua compuesta)*
s = Volatilidad del precio de la Acción (tasa anual, continua compuesta)**
r = Tasa Libre de Riesgo (tasa anual, continua compuesta)
$(T - t)$ = Plazo al Vencimiento (años)
K = Precio de Ejercicio de la Opción

* También llamada tendencia o deriva ("drift") **También llamada dispersión

Note que la Ecuación (1) especifica básicamente que el precio sigue un crecimiento *contínuo* proporcional al tiempo, de manera *determinista,* aunado a una dispersión *estocástica* o *aleatoria*, proporcional a al *raíz cuadrada* del tiempo.

¡Note que esta especificación del modelo es la misma que para las trayectorias aleatorias generadas por el Proceso Wiener Geométrico!

Realice lo siguiente:

Método 1:

Utilice los parámetros que se dan a continuación para calcular 10,000 precios finales del precio final de la acción mediante la **Ecuación (1).**
Llame a esta celda de salida "Precio Acción 1" (celda C11 de la Hoja "Opción")
También recoja las 10,000 valoraciones de la opción put en una salida que se llame "Precio Opción 1" (celda C13 de la Hoja "Opción")
Note que la valoración (precio) *actual* de la opción put (*Pt*) se calula en 2 pasos:

i) Con la fórmula usual que aplica al vencimiento (*T*) = $P_T = \max(K - S_T, 0)$ **Ecuación (2)** (celda C12 de la Hoja "Opción)

ii) Descontando el pago a la tasa libre de riesgo: $P_t = P_T e^{-r(T-t)}$ **Ecuación (3)** (celda C13 de la Hoja "Opción")

Utilice los siguientes **Parámetros:**

Precio actual de la Acción (S):	$ 24.00
Tasa libre de Riesgo (r):	5.35%
Plazo al Vencimiento (T):	1 Año
Volatilidad precio Acción (V):	15.00%
Precio de ejercicio Opción (K):	$ 20.00

(¿Se encuentra la opción put dentro o fuera del dinero?)

Nota: $\mu = r$ en el mundo *riesgo-neutral* en el que se valoran las opciones; esto es, la tasa de crecimiento instantánea es la tasa libre de riesgo (ver Hull 1997)

Naturalmente, para calcular la **Ecuación (1)** utilizamos la función RiskNormal(0,1) como variable de entrada. (celda C11 de la Hoja "Opción")

Método 2:

Utilice el modelo de generación de trayectorias por el **Proceso Wiener Geométrico** para obtener 10,000 precios finales de la acción y 10,000 valoraciones (precios) actuales de la opción put. Utilice los mismos valores para la tendencia y volatilidad que en el método anterior.
Considere que sólo hay 100 impactos al año, por lo que N = 100 iteraciones por trayectoria y el paso de la simulación = 1/100 (ver ejercicio **"Trayectorias"**).
Nota: Puede copiar el modelo de trayectorias en la misma hoja "Opción" y referir los mismos parámetros que se usaron en el Método 1.
Necesitará calcular los pagos al vencimiento de la opción put y descontarlos al igual que en el caso anterior, mediante las Ecuaciones 2 y 3.
Llame "Precio Acción 2" a los 10,000 precios finales obtenidos mediante este método, y "Precio Opción 2" a las 10,000 valoraciones de la opción put.
Como siempre, genere las distribuciones obtenidas (histogramas) tanto para el precio final de la acción como para el valor (precio) de la opción put.

Conteste las siguientes preguntas:

**1) ¿Cómo se comparan las distribuciones del precio final de la acción y del valor (precio) de la opción put obtenidos por ambos métodos ?
Para contestar mejor esta pregunta, *superimponga* los histogramas obtenidos por ambos métodos para realizar la comparación.**

**2) ¿Cuál es la *probabilidad de ejercer la opción* según la fórmula Black-Scholes? ¿Según los resultados de la simulación?
(La fórmula Black-Scholes para una opción put se encuentra en la hoja "BS")**

3) ¿Cuánto deberíamos pagar hoy por la opción put según la fórmula Black-Scholes? ¿Según los resultados de la simulación?

**4) ¿Considera que este precio es realista? ¿Cuánto nos hace *realmente* ganar la opción put la mayoría de las veces?
NOTA: La fórmula BS proporciona un valor esperado (esto es, un promedio), pero en este caso de pagos *no lineales* un promedio no es adecuado; tenemos que considerar, por ejemplo, *la moda*, provista por los datos de la simulación.**

5) ¿Cuál es la probabilidad que la opción put nos haga ganar más de $ 4 al momento de expiración ?

6) ¿Cómo obtenemos estas mismas conclusiones sin analizar los histogramas de pagos de la opción?

7) De modo más interesante, repita el ejercicio con los siguientes parámetros:

Precio actual de la Acción (S):	$ 24.00
Tasa libre de Riesgo (r):	5.35%
Plazo al Vencimiento (T):	1 Año
Volatilidad precio Acción (V):	50.00%
Precio de ejercicio Opción (K):	$ 20.00

Esto es, variamos el valor de la volatilidad (asimismo podemos variar los otros parámetros para realizar un análisis de sensibilidad por simulación).

<u>Responda las preguntas anteriores, y en particular lo siguiente</u>:

¿Cómo afecta el aumento de la volatilidad a la probabilidad de ejercer la opción? ¿Cómo afecta al precio?
¿Cuál es la probabilidad que la opción put nos haga ganar más de $20?

$$S_T = S_t e^{(m - \frac{1}{2}s^2)(T-t) + N(0,1)s\sqrt{T-t}}$$

Ecuación (1)

$$\frac{dS}{S} = m \cdot dt + s \cdot \sqrt{dt} \cdot e_t$$

Ecuación (1a)

<u>Otras preguntas a considerar</u>:

¿Cuál es la relación entre la Ecuación 1 y la ecuación que especifica las trayectorias aleatorias según el Proceso Wiener Geométrico? (Ecuación 1a)

Note que que la Ecuación 1a es una ecuación diferencial que incluye un término aleatorio e_t; esto es, dicha ecuación representa una *Ecuación Diferencial Estocástica (SDE)*, tema del siguiente capítulo).

La verdadera utilidad de la Simulación de Monte Carlo se apreciará al valorar opciones más complicadas, tales como las *Americanas y Exóticas*, como veremos más adelante.